

1. Два автомобиля, находящиеся на расстоянии S км друг от друга, двинулись навстречу друг другу с постоянными скоростями V_1 км/ч и V_2 км/ч. Через какое время они опять окажутся на расстоянии S км друг от друга?

Ответ: $\frac{2S}{V_1+V_2}$.

Решение.

Автомобили встретятся через $\frac{S}{V_1+V_2}$ часов. Поэтому, через такое же время после момента встречи расстояние между ними снова станет равно S .

2. У некоторого трехзначного числа поменяли две последние цифры и сложили полученное число с исходным, получилось четырехзначное число, начинающееся на 173. Какова последняя цифра исходного числа?

Ответ: 2.

Решение.

Пусть исходное число – \overline{abc} , а последняя цифра суммы $\overline{abc} + \overline{acb}$ равна x . Тогда из условия следует, что $a = 8$. Поэтому, $(800 + 10b + c) + (800 + 10c + b) = 1730 + x$, т. е. $11(b + c) = 130 + x$. Отсюда следует, что $x = 2$. (из чисел от 130 до 139 только 132 делится на 11).

3. Электронные часы показывают время от 00:00:00 до 23:59:59. Сколько времени в течение суток на табло часов горят ровно четыре тройки?

Ответ: 105 секунд.

Решение.

Если на табло горят цифры $ab:cd:mn$, то $a \neq 3$, поэтому возможны 5 случаев, когда одна из цифр b, c, d, m, n не равна 3, а остальные равны 3.

1. На табло $ab:33:33$, где $b \neq 3$. Таких наборов 21.

2. На табло $a3:c3:33$, $c \neq 3$. Здесь a может принимать любое из трех значений 0, 1 или 2, c – любое из 5 значений 0, 1, 2, 4 или 5. Таких наборов $3 \times 5 = 15$.

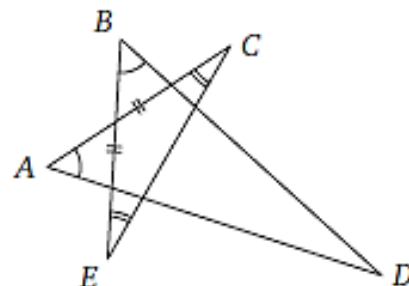
3. На табло $a3:3d:33$, $d \neq 3$. Здесь $a = 0, 1, 2$; $d = 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Всего $3 \times 9 = 27$ наборов.

4. На табло $a3:33:m3$ – 15 наборов.

5. На табло $a3:33:3n$ – 27 наборов.

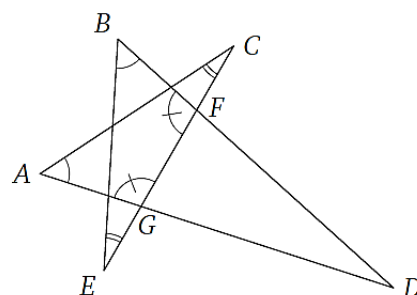
Всего получаем $21 + 15 + 27 + 15 + 27 = 105$ наборов, каждый из которых горит 1 секунду.

4. У звезды $ACEBD$ (см. рисунок) равны углы при вершинах A и B , равны углы при вершинах C и E , равны отрезки AC и BE . Доказать, что равны отрезки AD и BD .



Решение.

Треугольники ACG и BEF равны (по стороне и двум углам, прилежащим к ней). Следовательно, $\angle AGC = \angle BFE$ и $AG = BF$. По теореме о смежных углах $\angle FGD = \angle GFD$. Поэтому треугольник GFD равнобедренный ($GD = FD$). Следовательно, $AG + GD = BF + FD$, т. е., $AD = BD$.



5. Трехзначное число \overline{abc} делится на 37. Доказать, что сумма чисел \overline{bca} и \overline{cab} также делится на 37.

Решение.

Так как 111 делится на 37, на 37 делится и число $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c)$. По условию число \overline{abc} делится на 37, поэтому и сумма $\overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c) - \overline{abc}$ делится на 37.